4 Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Se ne spieghi l'importanza nelle applicazioni della matematica illustrando il significato di μ, σ, σ^2 e come tali parametri influenzino il grafico di $f(x)$.

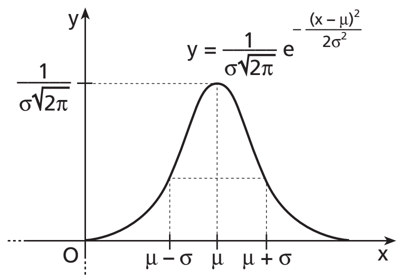
4 Si consideri una variabile casuale X ovvero una grandezza che può assumere tutti i valori reali contenuti in un intervallo I. Il modello matematico che descrive la probabilità P associata a una variabile casuale continua X si basa sulla probabilità che X assuma valori compresi fra due estremi $x_1, x_2 \in I$. Si chiama densità di probabilità e si indica con $f(x)$ quella funzione non negativa tale che il valore della probabilità vale:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx.$$

La funzione in questione,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

prende il nome di distribuzione normale, o di Gauss (1777-1855), e rappresenta il modo con il quale si distribuiscono le misure ripetute, che differiscono fra loro per motivi accidentali, di una grandezza X. I parametri μ e σ sono costanti reali positive che coincidono rispettivamente con il valore medio e lo scarto quadratico medio della variabile casuale.

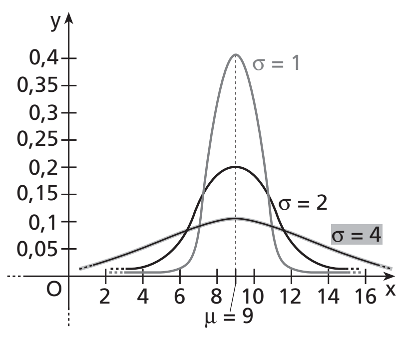


▲ **Figura 5.**

La curva che rappresenta la funzione gaussiana è chiamata curva degli errori accidentali ed è rappresentata in figura 5.

Il grafico è simmetrico rispetto all'asse $x = \mu$, ha asintoto orizzontale $y = 0$, ha massimo nel punto $\left(\mu; \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)$, ha due flessi nei punti di ascissa $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$.

Se due variabili casuali normali hanno uguale valore medio, si osserva che la curva si appiattisce all'aumentare dello scarto quadratico medio. In figura 6 sono riportate tre distribuzioni normali aventi valore medio $\mu = 9$ e scarti quadratici medi $\sigma = 1, 2, 4$.



▲ **Figura 6.**